ANNEXE D : RAPPORTS ENTRE LES FONCTIONS ANCIENNETÉ-PRIX ET ANCIENNETÉ-EFFICACITÉ

La présente annexe décrit de manière relativement détaillée les rapports entre les fonctions ancienneté-prix et ancienneté-efficacité dans le cas non géométrique. Nous opérons une distinction entre les fonctions ancienneté-prix et ancienneté-efficacité des actifs individuels et des cohortes d'actifs.

Rappelons tout d'abord la condition optimale (56) selon laquelle un producteur cherchant à minimiser ses coûts utilisera des biens d'équipement d'âges différents, de manière à ce que leur efficacité productive relative soit égale à leurs loyers relatifs. Cette condition est supposée valable aussi bien pour les actifs individuels que pour les cohortes. Soient h_n et f_n^t la fonction ancienneté-efficacité et le coût d'usage d'une cohorte, de manière à ce que $h_n=f_n^t/f_0^t$, tandis que $g_n(T)$ et $c_n^t(T)$ représentent la fonction ancienneté-efficacité et le coût d'usage d'un actif individuel, de manière à ce que $g_n(T) = c_n^t(T) / c_0^t(T)$. Les variables pour les actifs individuels ont été indexées sur T afin de souligner leur dépendance dans une durée de vie utile T, qui variera généralement d'un actif à l'autre.

La première tâche consiste à vérifier la forme de la fonction ancienneté-prix d'une cohorte compte tenu de son profil ancienneté-efficacité. Pour ce faire, nous associons la condition d'équilibre du marché de l'actif (les prix des actifs sont égaux aux valeurs actualisées des revenus futurs tirés de l'actif) au terme représentant la fonction ancienneté-prix de la cohorte, ψ_n. Comme nous l'avons vu plus haut, P_n^{tB} représente le prix d'un actif âgé de n années au début de la période t.

(80)
$$\begin{aligned}\psi_n &= P_n^{tB} / P_0^{tB}\\ &= \frac{f_n^t(1+r_{(tB)})^{-1} + f_{n+1}^{t+1}(1+r_{(tB)})^{-2} + f_{n+2}^{t+2}(1+r_{(tB)})^{-3} + \ldots}{f_0^t(1+r_{(tB)})^{-1} + f_1^{t+1}(1+r_{(tB)})^{-2} + f_2^{t+2}(1+r_{(tB)})^{-3} + \ldots}\\ &= \frac{f_n^t(1+r_{(tB)})^{-1} + f_{n+1}^t(1+i_{tB})(1+r_{(tB)})^{-2} + f_{n+2}^t(1+i_{tB})^2(1+r_{(tB)})^{-3} + \ldots}{f_0^t(1+r_{(tB)})^{-1} + f_1^t(1+i_{tB})(1+r_{(tB)})^{-2} + f_2^{t+2}(1+i_{tB})^2(1+r_{(tB)})^{-3} + \ldots}\\ &= \frac{f_n^t(1+i^*_{(tB)})(1+r^*_{(tB)})^{-1} + f_{n+1}^t(1+i^*_{(tB)})^2(1+r^*_{(tB)})^{-2} + f_{n+2}^t(1+i^*_{(tB)})^3(1+r^*_{(tB)})^{-3} + \ldots}{f_0^t(1+i^*_{(tB)})(1+r^*_{(tB)})^{-1} + f_1^t(1+i^*_{(tB)})^2(1+r^*_{(tB)})^{-2} + f_2^{t+2}(1+i^*_{(tB)})^3(1+r^*_{(tB)})^{-3} + \ldots}\end{aligned}$$

Dans cette équation, les taux de rendement et les taux de variation des prix des loyers sont exprimés en termes réels. L'étape suivante consiste à s'appuyer sur la condition optimale $h_n=f_n^t/f_0^t$:

(81)
$$\begin{aligned}\psi_n &= \frac{f_n^t(1+i^*_{(tB)})(1+r^*_{(tB)})^{-1} + f_{n+1}^t(1+i^*_{(tB)})^2(1+r^*_{(tB)})^{-2} + f_{n+2}^t(1+i^*_{(tB)})^3(1+r^*_{(tB)})^{-3} + \ldots}{f_0^t(1+i^*_{(tB)})(1+r^*_{(tB)})^{-1} + f_1^t(1+i^*_{(tB)})^2(1+r^*_{(tB)})^{-2} + f_2^{t+2}(1+i^*_{(tB)})^3(1+r^*_{(tB)})^{-3} + \ldots}\\ &= \frac{h_n(1+i^*_{(tB)})(1+r^*_{(tB)})^{-1} + h_{n+1}(1+i^*_{(tB)})^2(1+r^*_{(tB)})^{-2} + h_{n+2}(1+i^*_{(tB)})^3(1+r^*_{(tB)})^{-3} + \ldots}{(1+i^*_{(tB)})(1+r^*_{(tB)})^{-1} + h_1(1+i^*_{(tB)})^2(1+r^*_{(tB)})^{-2} + h_2(1+i^*_{(tB)})^3(1+r^*_{(tB)})^{-3} + \ldots}\end{aligned}$$

On voit à présent que, pour une fonction ancienneté-efficacité d'une cohorte de h_n, et un taux de rendement réel r^* , avec un terme i^* représentant les gains/pertes de détention réels, on peut calculer pour la cohorte une fonction constante ancienneté-prix ψ_n. Pour simplifier, on peut fixer les gains ou pertes réels de détention attendus à zéro, ce qui permet de simplifier l'expression ci-dessus comme suit :

$$\psi_n = \frac{\left(h_n(1+r^*_{(tB)})^{-1} + h_{n+1}(1+r^*_{(tB)})^{-2} + h_{n+2}(1+r^*_{(tB)})^{-3} + ...\right)}{\left((1+r^*_{(tB)})^{-1} + h_1(1+r^*_{(tB)})^{-2} + h_2(1+r^*_{(tB)})^{-3} + ...\right)} \tag{82}$$
$$= \frac{\sum_{s=0}^{T\max-n} h_{n+s}(1+r^*_{(tB)})^{-(s+1)}}{\sum_{s=0}^{T\max} h_s(1+r^*_{(tB)})^{-(s+1)}}$$

De ce fait, le prix d'un actif de n années appartenant à une cohorte, relativement à celui d'un actif neuf, correspond au ratio des unités « d'efficience » actualisées restantes pour un actif âgé de n années par rapport à un actif neuf. Le profil d'efficacité h_n représente la fonction ancienneté-efficacité de l'ensemble d'une cohorte. Il tient compte du fait que, pendant la durée de vie utile maximale du groupe d'actifs, T^{max}, les différents actifs auront des durées de vie utiles différentes et seront mis au rebut avant la fin de T^{max}. Dans la section13.3, la fonction ancienneté-efficacité de la cohorte a été calculée à partir de celle des actifs individuels $g_n(T)$ et d'une fonction de densité de la probabilité F_T pour les déclassements, de sorte que :

$$h_n = \sum_{T=n}^{T\max} g_n(T)F_T \tag{83}$$

La deuxième méthode intéressante réside dans le calcul de la fonction ancienneté-efficacité d'une cohorte à partie de son profil ancienneté-prix. Cette fois-ci, le point de départ est la fonction ancienneté-prix de la cohorte, ψ_n que nous fixons comme la moyenne des fonctions ancienneté-prix des différents actifs, $\theta_n(T)$. Comme les fonctions ancienneté-efficacité individuelles présentées plus haut, ces différentes fonctions ancienneté-prix dépendent de la durée de vie utile de chaque actif, T. Combiné à la fonction de probabilité F_T, on obtient :

$$\psi_n = \sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T)F_T \, . \tag{84}$$

Encore une fois, l'équilibre du marché de l'actif et la condition optimale déjà introduite plus haut jouent un rôle dans le calcul. La fonction ancienneté-efficacité d'une cohorte d'actifs est ainsi calculée comme suit : .

$$h_n = \frac{f_n^t}{f_0^t} = \frac{P_n^{tB} r_{(tB)} + d_n^t - z_n^t}{P_0^{tB} r_{(tB)} + d_0^t - z_0^t}$$

$$= \frac{P_n^{tB} r_{(tB)} + P_n^{tB}\delta_n (1 + i_{(tB)}/2) - P_n^{tB} i_{(tB)} (1 - \delta_n / 2)}{P_0^{tB} r_{(tB)} + P_0^{tB}\delta_0 (1 + i_{(tB)}/2) - P_0^{tB} i_{(tB)} (1 - \delta_0 / 2)}$$

$$(85) \qquad = \frac{P_n^{tB}\left(r_{(tB)} + \delta_n - i_{(tB)} + \delta_n i_{(tB)}\right)}{P_0^{tB}\left(r_{(tB)} + \delta_0 - i_{(tB)} + \delta_0 i_{(tB)})\right)}$$

$$= \frac{P_n^{tB}\left(r_{(tB)} - i_{(tB)} + \delta_n (1 + i_{(tB)})\right)}{P_0^{tB}\left(r_{(tB)} - i_{(tB)} + \delta_0 (1 + i_{(tB)})\right)}$$

$$= \frac{P_n^{tB}\left(r^*_{(tB)} - i^*_{(tB)} + \delta_n (1 + i^*_{(tB)})\right)}{P_0^{tB}\left(r^*_{(tB)} - i^*_{(tB)} + \delta_0 (1 + i^*_{(tB)})\right)}$$

Ici, nous avons exprimé la fonction ancienneté-efficacité en tant que fonction du taux de rendement réel, du taux réel de gain ou perte de détention et du taux d'amortissement. Une version simplifiée, mais suffisante pour la plupart des applications pratiques, consiste à effectuer le calcul sans tenir compte des gains ou pertes de détention. Ainsi, la fonction ancienneté-efficacité correspondant à un profil d'amortissement ressort comme suit :

$$(86) \qquad h_n = \frac{P_n^{tB}\left(r^*_{(tB)} + \delta_n\right)}{P_0^{tB}\left(r^*_{(tB)} + \delta_0\right)} = \psi_n \frac{\left(r^*_{(tB)} + \delta_n\right)}{\left(r^*_{(tB)} + \delta_0\right)}.$$

Nous ne arrêtons toutefois pas là. Les taux d'amortissement δ_n ey δ_0 sont eux-mêmes dérivés de la fonction ancienneté-prix de la cohorte, ce qu'il convient de prendre en compte pour le calcul d'une expression totale de la fonction ancienneté-efficacité de la cohorte. A partir de la représentation des taux d'amortissement, on obtient $\delta_n \equiv 1 - \psi_{n+1} / \psi_n$, ou, avec un développement total du profil de prix de la cohorte,

$$\delta_n \equiv 1 - \psi_{n+1} / \psi_n$$

$$= 1 - \frac{\sum_{T=n+1}^{T\max} \theta_{n+1}(T) F_T}{\sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T}$$

$$(87) \qquad = \frac{\sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T - \sum_{T=n+1}^{T\max} \theta_{n+1}(T) F_T}{\sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T}$$

$$= \frac{\sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T - \sum_{T=n}^{T\max} \theta_{n+1}(T) F_T}{\sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T}$$

$$= \frac{\sum_{T=n}^{T\max} \left(\theta_n(T) F_T - \theta_{n+1}(T) F_T\right)}{\sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T}$$

Les deux dernières lignes s'expliquent par le fait que le prix d'un actif âgé de (n+1) années, avec une durée de vie utile de n années, devra être égal à zéro, de sorte que $\theta_{n+1}(n)=0$. Au cours de l'étape suivante, nous insérons cette expression dans la formule simplifiée de la fonction ancienneté-efficacité de la cohorte ci-dessus.

$$
\begin{aligned}
h_n &= \psi_n \frac{\left(r^*_{(tB)} + \delta_n\right)}{\left(r^*_{(tB)} + \delta_0\right)} \\
&= \sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T \frac{\left(r^*_{(tB)} + \delta_n\right)}{\left(r^*_{(tB)} + \delta_0\right)} \\
&= \frac{\left(r^*_{(tB)} \sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T + \sum_{T=n}^{T\max} \left(\theta_n(T) F_T - \theta_{n+1}(T) F_T\right)\right)}{\left(r^*_{(tB)} + \theta_0 F_0\right)} \\
&= \frac{\left(\sum_{T=n}^{T\max} r^*_{(tB)} \theta_n(T) F_T + \left(\theta_n(T) F_T - \theta_{n+1}(T) F_T\right)\right)}{\left(r^*_{(tB)} + \theta_0 F_0\right)} \\
&= \frac{\left(\sum_{T=n}^{T\max} r^*_{(tB)} P^{tB}_n(T) F_T + \left(P^{tB}_n(T) F_T - P^{tB}_{n+1}(T) F_T\right)\right)}{P^{tB}_0\left(r^*_{(tB)} + \theta_0 F_0\right)} \\
&= \sum_{T=n}^{T\max} \frac{c_n(T) F_T}{c_0} = \sum_{T=n}^{T\max} \frac{c_n(T)/c_0(T) F_T \; c_0(T)}{c_0} = \sum_{T=n}^{T\max} \frac{g_n(T) F_T \; c_0(T)}{c_0}
\end{aligned}
\tag{88}
$$

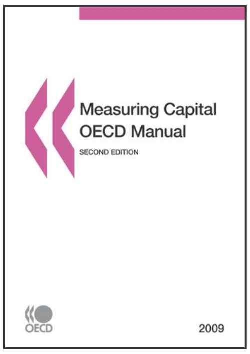
Ces équations interminables produisent un résultat intéressant : il s'avère que la fonction ancienneté-efficacité de la cohorte est une moyenne des fonctions ancienneté-efficacité des différents actifs[59] pondérée *par le coût d'usage*. Cela est nécessaire pour la cohérence avec une fonction ancienneté-prix de la cohorte notée sous la forme $\psi_n = \sum_{T=n}^{T\max} \theta_n(T) F_T$ **.** Si on opte pour cette version, alors il ne sera plus possible de suivre la méthode commençant avec les informations sur les fonctions ancienneté-efficacité, puis de calculer les fonctions ancienneté-prix d'une cohorte d'actifs, parce que la construction de la fonction ancienneté-efficacité de la cohorte nécessite une connaissance des coûts d'usage c_0, comme on l'a vu plus haut. Pour obtenir c_0, il faut disposer d'une mesure de l'amortissement, et donc d'un profil ancienneté-prix. Si on souhaite utiliser la fonction ancienneté-efficacité comme point de départ du calcul, alors il faut opter pour l'approche décrite dans la première partie de la présente annexe. On obtient alors une fonction ancienneté-prix différente[60]. Il est difficile de préconiser une méthode plutôt qu'une autre.

Mentionnons un autre problème de cohérence induit par l'utilisation des fonctions ancienneté-efficacité et ancienneté-prix non géométriques en association avec les taux de rendement calculés par la méthode endogène : pour un profil ancienneté-prix donné, un taux de rendement doit aboutir à un profil ancienneté-prix constant. Or, le taux de rendement ne peut être calculé de manière endogène à moins qu'on ne dispose d'informations sur l'amortissement, ce qui nécessite aussi de connaître la fonction ancienneté-prix. A l'inverse, si l'on part du profil ancienneté-prix, on a besoin du stock de capital productif pour calculer le taux de rendement endogène, mais ce stock de capital productif dépend du profil prix-efficacité, dont le calcul nécessite des informations sur les taux de rendement. En principe, ce problème peut être résolu via un système d'équations simultanées, pourvu qu'une solution existe, ou via des algorithmes

[59] L'auteur remercie Brian Sliker (U.S. Bureau of Economic Analysis), qui l'a démontré dans son commentaire d'une version antérieure de ce document.

[60] En principe, il doitdonc exister des notations différentes pour les fonctions ancienneté-prix et ancienneté-efficacité de la cohorte en fonction de l'orientation du calcul. Nous n'avons pas souhaité compliquer la notation de la sorte.

itératifs. En pratique, ce sont des applications fastidieuses des mesures du capital et il semble que le choix se résume à l'emploi du profil géométrique et/ou à celui des taux de rendement exogènes.



Extrait de :

Measuring Capital - OECD Manual 2009

Second edition

Accéder à cette publication :

https://doi.org/10.1787/9789264068476-en

Merci de citer ce chapitre comme suit :

OCDE (2010), « Annexe D : Rapports entre les fonctions ancienneté-prix et ancienneté-efficacité », dans *Measuring Capital - OECD Manual 2009 : Second edition*, Éditions OCDE, Paris.

DOI: https://doi.org/10.1787/9789264067752-27-fr