CHAPITRE 19. LE MODÈLE

Le présent chapitre vise à présenter de manière assez détaillée le modèle formel servant de base à la mesure du capital. Bien que théorique, cette présentation vise une mise en application, c'est-à-dire qu'elle tient compte de caractéristiques telles que la valorisation des flux aux prix de milieu de période, pertinents en comptabilité nationale et qui compliquent parfois la présentation algébrique. Dans le même temps, ces considérations sont indispensables à la mise en œuvre des mesures des services du capital. Cette partie de notre *Manuel* commence par un chapitre sur le calcul des coûts d'usage et de ses composantes : le rendement du capital, l'amortissement et la réévaluation. Elle se poursuit avec la décomposition prix/volume de la valeur des services du capital et s'achève avec les mesures du capital dans les bilans.

Les comptes nationaux ne fonctionnent jamais avec les actifs pris individuellement, mais avec des cohortes, au sein desquelles les spécifications des actifs individuels sont similaires (voire, idéalement, identiques) ; ils ont été intégrés au même moment mais épuisent leurs capacités de production respectives pendant des durées de vie utiles différentes. Toutes les variables données ci-après font référence à des cohortes d'actifs, et non aux actifs individuels.

19.1. Calcul des coûts d'usage

Les coûts d'usage du capital correspondent au prix que le propriétaire utilisateur d'un bien d'équipement « se paie à lui-même » en échange de l'usage de ses propres actifs. On peut aussi définir les coûts d'usage comme les rendements marginaux générés par un actif pendant une période de production. Sur un marché parfait, et sans tenir compte des coûts du travail et intermédiaires éventuels entrant dans un loyer, les coûts d'usage auraient la même valeur que le loyer que pourrait espérer toucher le propriétaire d'un bien d'équipement s'il louait son actif pendant une période donnée, à des fins de production.

Dans le modèle théorique, et conformément aux pratiques de comptabilité nationale, l'investissement est supposé avoir lieu en milieu de période.

L'idée de base des coûts d'usage remonte à Walras (1874), mais les formulations modernes de cette relation fondamentale de la théorie du capital et de son rôle dans la mesure du capital sont le fait de Jorgenson (1963), de Christensen et Jorgenson (1973) et de Diewert (1974). Toutes les formules reposent sur l'idée que le prix d'un actif est égal à la valeur actualisée des avantages nets qu'il est censé apporter à l'avenir. Cette relation peut être établie de différentes manières. On peut par exemple supposer que les paiements (internes) relatifs à l'usage de l'actif surviennent en début ou en fin de période comptable. On peut également se demander à quel moment un actif nouvellement acquis commence à délivrer des services du capital. Ce peut être immédiatement, dès son achat, ou bien plus tard. Aux fins de la présente étude, nous allons procéder aux hypothèses ci-après, qui facilitent le lien avec les données de la comptabilité nationale et rejoignent les principes de cette dernière.

Il convient de noter que les conventions ci-après ont été établies dans l'idée d'une fréquence annuelle. Comme nous l'expliquions dans la section 15.6, il n'existe à l'heure actuelle aucun pays disposant d'un ensemble complet de mesures trimestrielles du capital (stock et flux) ; c'est pourquoi nous ne démontrons pas explicitement comment calculer des mesures annuelles à partir de données trimestrielles, mais passons directement à la fréquence annuelle. Précisons que certains de nos calculs annuels seront des approximations[51], adoptés pour simplifier la présentation et le calcul.

- Une convention de comptabilité nationale stipule que l'investissement doit être mesuré comme le flux moyen pendant la période et valorisé aux prix moyens de cette dernière. Nous nous sommes rapprochés de cette convention en supposant que l'investissement avait lieu en milieu de période et qu'il était valorisé aux prix de ce moment. Nous noterons $I^{i,t}$ le volume d'investissement dans de nouveaux biens d'équipement d'un type particulier *i* , l'investissement étant supposé avoir lieu au milieu de la période t. Ce flux est valorisé au prix moyen d'une période de base t_0, $P_0^{i,t0} = (P_0^{i,t0B} + P_0^{i,t0E})/2 = 1$, que nous avons fixé comme égal à 1 pour simplifier. En outre, les lettres « B » et « E » ont été ajoutées en exposants aux prix $P_0^{i,t0B}$ et $P_0^{i,t0E}$ afin d'indiquer que ces derniers représentent les prix des actifs neufs en début et en fin de période t_0. L'indice qui accompagne la mesure de prix indique l'âge de l'actif, ce qui explique que le prix d'un actif neuf ait un indice de zéro. [$I^{i,t}$, $I^{i,t-1}$, $I^{i,t-2}$,…] correspond à une série chronologique d'investissement à prix constants comme on en trouve généralement dans les comptes nationaux. On suppose, uniquement à des fins de simplification de l'exposé et du calcul, que le déclassement d'un actif a lieu en fin de période. Dans certains cas, comme pour les taux d'amortissement géométrique et d'ancienneté-efficacité, cette hypothèse n'est pas pertinente puisque la durée de vie utile se rapproche de l'infini.

- Compte tenu des informations disponibles au début de la période t, nous allons définir le taux de variation attendu des prix des biens d'équipement *i* entre le début et la fin de la période comme $i_{(tB)}^{i,t} = P_0^{i,tE}/P_0^{i,tB}-1$. Bien que les variations de prix de l'actif attendues dépendent du moment où les prévisions sont formulées (indiqué par l'indice tB), elles sont supposées s'appliquer à toutes les périodes futures, c'est-à-dire que la variation attendue des prix dans deux périodes sera notée $P_0^{i,t+2B}/P_0^{i,tB}=(1+ i_{(tB)}^{i,t})^2$, celle attendue dans trois périodes par $(1+ i_{(tB)}^{i,t})^3$ et ainsi de suite. De ce fait, nous pouvons abandonner l'exposant t, mais il conviendra de garder l'indice (tB) pour faire référence au fait que les variations de prix futures attendues peuvent changer en fonction de l'évolution des informations disponibles.

- Les flux de paiements ou de prestations monétaires issus de l'usage d'un actif sont actualisés au taux nominal r. Comme le taux de variation attendu des prix, les taux d'intérêt nominaux peuvent changer avec le temps, en fonction des informations disponibles au début de chaque période. Par exemple, le taux d'actualisation nominal attendu pour les périodes futures au début de la période t sera noté $r_{(tB)}$. Nous allons prendre pour hypothèse une structure de taux d'intérêt à durée constante, c'est-à-dire que le taux pertinent pour les deux périodes pour un ensemble d'informations de t est noté $(1+r_{(tB)})^{2,}$ etc.

- Les paiements ont lieu en fin de période. Cette hypothèse est arbitraire et un paiement en début de période serait tout aussi plausible. Du point de vue de la comptabilité nationale, un paiement en milieu de période constituerait l'approche la plus naturelle. Sa mise en œuvre suppose le calcul de toutes les données ci-après parallèlement, sur la base du paiement des loyers en début de période et les identités ainsi obtenues devront faire l'objet d'une moyenne avec celles obtenues

51 Dans un commentaire du présent *Manuel*, Erwin Diewert a souligné que certaines formules annuelles n'étaient pas cohérentes avec l'autre formulation obtenue systématiquement à partir de données d'une fréquence inférieure. Sa remarque est pertinente, mais l'imprécision due à l'approximation de nos formules doit être mise en regard des avantages d'une simplicité relative. Un modèle annuel totalement cohérent avec un modèle théorique trimestriel nécessiterait par exemple de spécifier des profils ancienneté-prix et ancienneté-efficacité, tout en compliquant la présentation et la mise en œuvre. D'un point de vue pratique, les données trimestrielles sont importantes à deux titres : le calcul de certaines mesures de flux de base requises dans les comptes trimestriels, telles que la consommation de capital fixe et le traitement des prix et des volumes dans un contexte d'inflation élevée.

sous une perspective de fin de période. Cela ne suppose aucune difficulté majeure, mais la présentation serait longue et laborieuse, ce que nous préférons éviter à ce stade.

Il est à présent possible de formuler la condition d'équilibre selon laquelle la valeur d'un actif correspond à ses avantages futurs actualisés. Pour ne pas surcharger la notation, nous abandonnons pour le moment l'exposant i, mais il est important de comprendre que tous les calculs effectués concernent un type d'actif unique. Il ne faut pas confondre avec le fait que les calculs concernent une cohorte et non des actifs pris individuellement. Pour signaler cette différence, nous utilisons f_n^t pour noter les coûts d'usage, de préférence à c_n^t , comme tel était le cas dans les premiers chapitres du présent *Manuel*. La même remarque vaut pour les prix des actifs, pour lesquels nous employons des majuscules plutôt que des minuscules. En cas de besoin, par exemple dans l'explication de l'agrégation des types d'actifs, nous réintroduirons l'indice.

(34) $P_n^{tB} = f_n^{\,t}\,(1+r_{(tB)})^{-1} + f_{n+1}^{\,t+1}\,(1+r_{(tB)})^{-2} + f_{n+2}^{\,t+2}\,(1+r_{(tB)})^{-3} + \ldots$ $\quad n=0.5;\ 1.5;\ 2.5;$

L'équation (34) indique que le prix d'un nouvel actif âgé de n années au début de la période t, P_n^{tB}, est égal à la somme des paiements de loyers $\{f_n^t,\ f_{n+1}^{t+1},\ \ldots\}$, tous actualisés au début de l'exercice t. Les paiements de loyers ont lieu à la fin de chaque période comptable. Signalons la notation quelque peu inhabituelle de n, avec des valeurs de 0.5, 1.5, etc., qui reflète l'hypothèse de l'investissement effectué en milieu de période selon la comptabilité nationale : au début de la période t, l'actif le plus récent n'a que six mois, d'où n=0.5. Les biens d'équipement acquis au milieu de la période t-2 ont un an et demi au début de la période t, et ainsi de suite. De ce fait, l'expression (34) ne concerne que les actifs déjà en place en début de période. Les actifs acquis au cours de la période t sont abordés séparément. Pour obtenir une équation du coût d'usage, il suffit d'avancer l'expression (34) d'une période, sans toutefois modifier l'ensemble d'informations qui restera tB :

(35) $P_{n+1}^{t+1B} = f_{n+1}^{\,t+1}\,(1+r_{(tB)})^{-1} + f_{n+2}^{\,t+2}\,(1+r_{(tB)})^{-2} + f_{n+3}^{\,t+3}\,(1+r_{(tB)})^{-3} + \ldots$

En multipliant (34) par $1+r_{tB}$ puis en soustrayant (35) de l'équation obtenue nous arrivons à l'équation suivante :

(36) $P_n^{tB}(1+r_{(tB)}) - P_{n+1}^{t+1B} = f_n^{\,t}$; $n=0.5;\ 1.5;\ 2.5;$

le prix de l'actif P_{n+1}^{t+1B} étant une variable attendue compte tenu du fait que la relation ci-dessus a été mise au point sur la base des informations disponible au début de la période t. Le prix de l'actif au début de la période t+1 est égal à celui de la fin de la période t, et l'on peut donc remplacer P_{n+1}^{t+1B} par P_{n+1}^{tE}.

Les nouveaux actifs acquis pendant la période t génèrent une demi-période de loyers, et seront notés f_{H0}^t. Précisons que ces loyers d'une demi-année ne peuvent être directement comparés aux loyers payés $\{f_n^t\}$, qui concernent les paiements d'une période complète. La relation exacte de coût d'usage pour les nouveaux actifs (sur la base des informations disponibles au début de la période t) est la suivante :

(37) $P_0^t(1+r_{(tB)}/2\,) - P_{0.5}^{tE} = f_{H0}^t.$

Cependant, pour maîtriser les choses, et sans doute avec peu de conséquences sur le plan pratique, nous allons simplement supposer que le coût d'usage d'une demi-période f_{H0}^t correspondra à la moitié du coût d'usage hypothétique d'un actif si celui-ci avait été acquis en début de période. De ce fait, pour la suite de l'exposé, nous procédons à l'approximation ci-après :

(38) $f_{H0}^{\,t} \approx f_0^t/2 = [P_0^{tB}(1+r_{(tB)}) - P_1^{tE}]/2.$

 LA MESURE DU CAPITAL – MANUEL DE L'OCDE – ISBN 978-92-64-06773-8 –

19.2. Décomposition des coûts d'usage

La prochaine étape consiste à décomposer l'expression du coût d'usage et à agréger les générations d'investissement pour obtenir les équations d'amortissement, de rendement net du capital et de réévaluation. Nous allons tout d'abord examiner l'ensemble d'actifs existants puis les nouveaux actifs. A cet effet, nous mesurons le *taux d'amortissement d'un actif âgé de n années pendant la période t,* comme la différence en pourcentage entre la valeur de l'actif âgé de n années et celle d'un autre, âgé de n+1 années. *Stricto sensu*, il s'agit d'un taux attendu, qui dépend de l'information disponible au début de la période t. Il doit donc y avoir un indice notant l'ensemble d'informations mais nous l'avons omis pour ne pas surcharger la notation. Autre simplification : nous supposons que, pour tout ensemble d'information n'existe qu'un seul ensemble de taux d'amortissement. De ce fait, le taux d'amortissement (attendu) d'un actif de deux ans au cours de la période actuelle sera le même que celui attendu pour un actif de deux ans au cours des périodes futures :

$$\delta_n \equiv (P_n^{tE} - P_{n+1}^{tE})/P_n^{tE} = 1 - P_{n+1}^{tE}/P_n^{tE} = (P_n^{tB} - P_{n+1}^{tB})/P_n^{tB} . \qquad (39)$$

En ce qui concerne l'expression du coût d'usage (36), il est possible de décomposer la différence de prix entre un actif âgé de n années au début de la période et un actif âgé de n+1 années à la fin de la période, $P_n^{tB} - P_{n+1}^{tE}$, entre, d'une part, un écart de prix reflétant la dépréciation de l'actif et, d'autre part, une variation du prix procédant de la réévaluation ou des gains/pertes de détention. Il existe différentes manières de décomposer ces deux éléments et nous suivrons la procédure de Balk et van den Bergen (2006) en optant pour la moyenne des deux possibilités. Plus précisément, nous définissons la *Valeur d'amortissement par actif* d_n^t , égale à n années au début de la période t, en tant que produit du taux d'amortissement et du prix moyen de l'actif pendant cette période. Cette méthode rejoint le traitement de l'amortissement ou consommation de capital fixe préconisé dans le Système de comptabilité nationale. Nous représentons le calcul dans l'égalité ci-dessous.

$$\begin{aligned} (40) \qquad d_n^t &= 0.5[(P_n^{tB} - P_{n+1}^{tB}) + (P_n^{tE} - P_{n+1}^{tE})] \\ &= 0.5[P_n^{tB}(1- P_{n+1}^{tB}/P_n^{tB}) + P_n^{tE}(1 - P_{n+1}^{tE}/P_n^{tE})] \\ &= 0.5[P_n^{tB}\delta_n + P_n^{tE}\delta_n] \\ &= \delta_n 0.5[P_n^{tB} + P_n^{tE}] \\ &= \delta_n P_n^t \\ &= P_n^{tB}\delta_n(1+i_{(tB)}/2); \qquad \text{for n= 0.5; 1.5; 2.5;} \end{aligned}$$

La dépréciation en milieu d'année pour le nouvel actif d_{H0}^t sera simplement établie comme $d_{H0}^t=d_0^t/2= \delta_0 P_0^t/2$. Compte tenu de la valeur de la dépréciation pour un actif âgé de n années, la *réévaluation* ou les *gains ou pertes de détention par unité d'un actif âgé de n année,s* qui forment la différence par rapport à la variation totale de la valeur de l'actif, $P_n^{tB} - P_{n+1}^{tE}$, sont mesurés comme suit :

$$\begin{aligned} (41) \qquad z_n^t &= 0.5[(P_n^{tE} - P_n^{tB}) + (P_{n+1}^{tE} - P_{n+1}^{tB})] \\ &= 0.5[P_n^{tB}(P_n^{tE}/P_n^{tB}-1) + P_{n+1}^{tB}(P_{n+1}^{tE}/P_{n+1}^{tB}-1)] \\ &= 0.5[P_n^{tB}\, i_{(tB)} + P_{n+1}^{tB}\, i_{(tB)}] \\ &= i_{(tB)}\, 0.5[P_n^{tB} + P_{n+1}^{tB}] \\ &= P_n^{tB}\, i_{(tB)}\, 0.5\, [1 + P_{n+1}^{tB}/ P_n^{tB}] \\ &= P_n^{tB}\, i_{(tB)}\, 0.5\, [2 - \delta_n] \\ &= P_n^{tB}\, i_{(tB)}\, [1 - \delta_n/2] \qquad \text{pour n= 0.5; 1.5; 2.5;} \end{aligned}$$

La dernière ligne de cette expression contient le terme $P_n^{tB}[1-\delta_n/2]$, qui correspond au prix d'un actif en début d'année, corrigée de l'amortissement d'un semestre. Ce terme peut aussi être considéré comme une approximation (assez exacte) de la valeur d'un actif âgé de n+0.5 années, ce qui correspond à l'âge moyen de l'actif pendant la période comptable. De ce fait, la réévaluation pendant la période t est mesurée comme la valeur d'un actif d'un âge moyen de n+0.5 années en début d'année, multipliée par la variation de prix attendue durant la période. Encore une fois, pour les nouveaux actifs, la réévaluation sera établie à $z_{H0}^t = z_0^t/2 = P_0^{tB}\, i_{(tB)}\, [1 - \delta_0/2]/2 \approx P_{0.5}^{tB}\, i_{(tB)}/2$. Ensuite, le coût d'usage unitaire d'un actif âgé de n années au début de la période, et en supposant que le paiement des loyers a lieu en fin de période, est représenté comme suit :

$$
\begin{aligned}
(42) \qquad f_n^t &= P_n^{tB}(1+r_{(tB)}) - P_{n+1}^{tE} \\
&= P_n^{tB} r_{(tB)} + d_n^t - z_n^t \\
&= P_n^{tB} r_{(tB)} + P_n^{tB}\delta_n\, (1+ i_{(tB)}/2) - P_n^{tB}\, i_{(tB)}\, (1 - \delta_n/2) \qquad \text{pour } n=0.5;\, 1.5;\, 2.5;\ldots \\
f_{H0}^t &= (P_0^{tB} r_{(tB)} + d_0^t - z_0^t)/2.
\end{aligned}
$$

Les équations qui précèdent fournissent également la décomposition de base du coût d'usage unitaire pour l'investissement nouveau et les générations antérieures en plusieurs éléments :

- un rendement du capital, $P_n^{tB} r_{(tB)}$, obtenu en appliquant le taux de rendement attendu pour la période par la valeur du bien d'équipement au début de celle-ci ;
- une dotation aux amortissements (attendue) d_n^t;
- une réévaluation (attendue) z_n^t qui rend compte de la hausse attendue des prix de l'actif pour un âge d'actif donné.

Chaque élément fait partie d'un flux, l'avantage marginal de l'utilisation de l'actif pendant la période t. Nous allons à présent nous intéresser de plus près à chacun de ces trois éléments, à commencer par l'amortissement, pour ensuite aborder le rendement du capital et la réévaluation.

19.3. Amortissement

La valeur totale de l'amortissement d'un actif âgé de n années est obtenue en multipliant la valeur d'amortissement unitaire par la quantité totale d'investissements anciens d'âge n :

$$
\begin{aligned}
(43) \qquad & D_n^t = d_n^t I^{t-n-0.5} = P_n^{tB}\delta_n\, (1+ i_{(tB)}/2) I^{t-n-0.5}, \text{ for } n=0.5;\, 1.5;\, 2.5;\ldots \\
& D_{H0}^t \;= d_0^t I^t/2 \qquad = P_0^{tB}\delta_0\, (1+ i_{(tB)}/2) I^t/2.
\end{aligned}
$$

L'hypothèse implicite de ce calcul est la suivante : tout investissement au cours d'une période donnée concerne de nouveaux biens d'équipement. En pratique, tel n'est pas nécessairement le cas et il conviendrait de préciser, pour chaque flux d'investissement de la période t, la composition de l'investissement par génération. Cependant, ce faisant, on ajoute une dimension de complexité supplémentaire due au besoin de suivre tous les flux d'investissement en fonction de leur génération. Pour éviter une telle complication, nous partons du principe que tous les investissements concernent uniquement des biens neufs[52]. L'ampleur de la contrainte de cette hypothèse dépend du volume de transactions réalisées sur des actifs d'occasion par rapport à l'acquisition d'actifs neufs et du nombre de transactions sur des actifs d'occasion dans le secteur ou dans la branche étudiés. Avec ces réserves en tête, nous obtenons une mesure de l'amortissement correspondant au produit du taux d'amortissement δ_n et du volume de biens d'équipement âgés de (n+0.5) ans, valorisés aux prix moyens de la période t. La valeur totale de l'amortissement de la consommation de capital fixe pour un type d'actif donné ressort alors comme :

52. Voir Balk et van den Bergen (2006) pour un système de comptabilité par génération comme celui utilisé par l'office des statistiques néerlandais, qui tient compte des transactions sur des actifs d'occasion.

(44) $D^t = D_{H0}{}^t + D_{0.5}{}^t + D_{1.5}{}^t + \ldots$
$= P_0{}^t \delta_0 I^t/2 + \delta_{0.5} P_{0.5}{}^t I^{t-1} + \delta_{1.5} P_{1.5}{}^t I^{t-2} + \ldots$

Cette expression suscite plusieurs remarques. Premièrement, on peut à présent relier l'amortissement à la *fonction ancienneté-prix*. Comme nous l'avons déjà expliqué dans le présent *Manuel*, la fonction ancienneté-prix illustre le lien entre les prix d'achats de différentes générations du même actif. La fonction ancienneté-prix d'un type d'actif donné sera noté $\psi_n \equiv P_n{}^t/P_0{}^t$ (n= 0.5; 1.5; …). Il existe une corrélation entre le profil d'amortissement et la fonction ancienneté-prix, comme on peut aisément le vérifier à partir de la définition du taux d'amortissement : $\delta_n = 1-\psi_{n+1}/\psi_n$ de manière à ce que $\delta_n\psi_n = \psi_n - \psi_{n+1}$. En prenant $P_0{}^t$ dans l'expression ci-dessus, on obtient :

(45) $D^t = P_0{}^t [\delta_0 I^t/2 + \delta_{0.5}\psi_{0.5} I^{t-1} + \delta_{1.5}\psi_{1.5} I^{t-2} + \ldots]$
$= P_0{}^t [(1-\psi_{0.5}) I^t + (\psi_{0.5} - \psi_{1.5}) I^{t-1} + (\psi_{1.5} - \psi_{2.5}) I^{t-2} + \ldots]$

La dernière ligne de l'équation ci-dessus montre comment exprimer la valeur de l'amortissement à l'aide du profil ancienneté-prix uniquement. Chaque génération d'investissement de n années d'ancienneté est multipliée par l'équivalent d'un profil d'amortissement, à savoir une différence d'un an de la fonction ancienneté-prix $(\psi_{n-0.5} - \psi_{n+0.5})$ pour n=1, 2, …. Pour les générations d'investissement les plus récentes, nous avons établi que $\delta_0/2 = 1-\psi_{0.5}$.

Bien que l'étude du présent chapitre ait porté sur un actif unique, il convient de bien saisir que, de manière générale, la fonction ancienneté-prix $\{\psi_n\}$ se rapporte à une cohorte d'actifs et qu'elle est censée refléter le profil de déclassement autour duquel sont distribués les différents actifs d'une même cohorte. Le mode de calcul empirique des profils ancienneté-prix pour les cohortes entières a été décrit à la section 13.3. Une discussion complémentaire, plus technique, figure à l'annexe 4.

La deuxième remarque relative à l'expression (45) fait référence au cas particulier des fonctions ancienneté-prix géométriques. Dans le cadre de taux d'amortissement géométrique constants, la mesure de l'amortissement total est simplifiée si l'on applique un taux d'amortissement constant du patrimoine ou du stock net aux prix de la période en cours. En l'absence de taux d'amortissement géométrique, la valeur totale de l'amortissement ne peut être exprimée en proportion du stock patrimonial et il convient de suivre les taux propres à chaque génération ainsi que les valeurs d'amortissement de chaque type d'actif. Cependant, pour l'amortissement géométrique, si $\delta_n = \delta$ pour n=0.5, 1.5, 2.5, …, l'amortissement total devient :

(46) D^t (géometrique) $= \delta P_0{}^t [I^t/2 + \psi_{0.5} I^{t-1} + \psi_{1.5} I^{t-2} + \ldots]$
$= \delta P_0{}^t [I^t/2 + W^{tB}]$.

Ici, le taux d'amortissement s'applique au stock de capital en début d'année, $W^{tB} = \psi_{0.5} I^{t-1} + \psi_{1.5} I^{t-2} + \psi_{2.5} I^{t-3} + \ldots$, et à la moitié de l'investissement effectué pendant l'année t. L'expression à prix courants de l'amortissement d'un groupe d'actifs (45) constitue également un point de départ utile pour examiner la répartition possible de l'amortissement entre prix et volume. Un indice de prix naturel de l'amortissement serait l'indice de prix des nouveaux actifs en milieu d'année, $P_0{}^t$. Ensuite, le terme $[\delta_0 I^t/2 + \delta_{0.5}\psi_{0.5} I^{t-1} + \delta_{1.5}\psi_{1.5} I^{t-2} + \ldots]$ représente la partie en volume de l'amortissement, exprimée en prix (constants) de l'année de référence qui ont servi à déflater les séries d'investissement. Il conviendrait ensuite de mettre en place, selon la formule ci-après, un indice de volume en chaîne de Laspeyres pour l'amortissement d'un type d'actif donné entre les périodes t et t-1, comme cela s'inscrirait dans un système de comptabilité nationale[53] :

$$(47)\qquad Q_L^{t/t-1}(D) = P_0^{t-1}\,[\delta_0 I^t/2 + \delta_{0.5}\psi_{0.5}\,I^{t-1} + \delta_{1.5}\psi_{1.5}\,I^{t-2} + \ldots]/D^{t-1} = (D^t/D^{t-1})/(P_0^t/P_0^{t-1}).$$

Le développement à partir de la perspective d'un actif unique vers la mesure englobant tous les actifs est relativement simple. Nous utilisons l'exposant k pour noter un des actifs de N (k=1,2,…N). La valeur totale de l'amortissement de tous les types d'actifs N aux prix courants et l'indice de volume de type Laspeyres correspondant sont notés :

$$(48)\qquad D^t = \textstyle\sum_{i=k}^{N} D^{k,t} \text{ et}$$

$$(49)\qquad Q_L^{t/t-1}(D) = \textstyle\sum_{k=1}^{N} D^{k,t-1}\, Q_L^{k,t/t-1}(D)/D^{t-1}.$$

19.4. Rendement du capital et réévaluation ou gains de détention

Nous nous intéressons à présent aux deux autres éléments du coût d'usage, à savoir le rendement du capital et la réévaluation. Ce n'est pas par hasard que ces deux termes sont rassemblés ici : le rendement du capital et la réévaluation constituent en effet des indicateurs qu'un investisseur ne considérerait pas l'un sans l'autre : le premier correspond au rendement (attendu) qu'il espérerait au final, après déduction de l'amortissement et de la réévaluation. De ce fait, le rendement attendu, diminué de la réévaluation, correspond au rendement que doit générer un actif dans des conditions d'activité « normales », et après déduction de l'amortissement. Si un actif enregistre une baisse de prix durable (c'est-à-dire que l'on prévoit une perte de détention), il devra générer un revenu plus important dans des conditions d'activité normales afin de compenser cette perte de détention, ce qui signifie que le taux de rendement $r_{(tB)}$ correspondra au revenu attendu par le marché pour un niveau de risque donné sur les activités de l'entreprise. Il existe une correspondance directe avec les actifs financiers. Par exemple, le taux de rendement d'une obligation se compose de paiements d'intérêts (l'équivalent du rendement d'une immobilisation dans des conditions d'activité « normales ») et de ses fluctuations de cours. La différence entre les paiements d'intérêts et les variations de cours donne le taux de rendement de l'obligation. Pour un type d'immobilisation particulier i, le rendement R^t se mesure comme suit :

$$
\begin{aligned}
(50)\qquad R^t &= P_0^{tB} r_{(tB)} I^t/2 + P_{0.5}^{tB} r_{(tB)}\, I^{t-1} + P_{1.5}^{tB} r_{(tB)}\, I^{t-2} + P_{2.5}^{tB} r_{(tB)}\, I^{t-3} + \ldots \\
&= r_{(tB)}[\,P_0^{tB} I^t/2 + P_{0.5}^{tB} I^{t-1} + P_{1.5}^{tB} I^{t-2} + P_{2.5}^{tB} I^{t-3} + \ldots] \\
&= r_{(tB)}\, P_0^{tB}\,[I^t/2 + \psi_{0.5} I^{t-1} + \psi_{1.5} I^{t-2} + \psi_{2.5} I^{t-3} + \ldots] \\
&= r_{(tB)}\, P_0^{tB}\,[I^t/2 + W^{tB}]
\end{aligned}
$$

avec $W^{tB} = \psi_{0.5}\, I^{t-1} + \psi_{1.5}\, I^{t-2} + \psi_{2.5}\, I^{t-3} + \ldots$ correspondant au stock de capital richesse ou stock de capital net d'un type d'actif particulier au début de l'année t, mesuré en prix de l'année de base. Pour la réévaluation Z^t nous obtenons :

$$
\begin{aligned}
(51)\ Z^t &= P_0^{tB}\,(1-\delta_0/2) i_{(tB)} I^t/2 + P_{0.5}^{tB} i_{(tB)}(1-\delta_{0.5}/2) I^{t-1} + P_{1.5}^{tB} i_{(tB)}(1-\delta_{1.5}/2) I^{t-2} + P_{2.5}^{tB} i_{(tB)}(1-\delta_n/2)\, I^{t-3} + \ldots \\
&= i_{(tB)} P_0^{tB}\,[(1-\delta_0/2) I^t/2 + \psi_{0.5}(1-\delta_{0.5}/2) I^{t-1} + \psi_{1.5}(1-\delta_{1.5}/2) I^{t-2} + \psi_{2.5}(1-\delta_n/2)\, I^{t-3} + \ldots\,] \\
&= i_{(tB)} P_0^{tB} W^t.
\end{aligned}
$$

$W^t = 0.5(W^{tB}+W^{tE})$ est le stock de capital net moyen pendant la période t, valorisé aux prix de la période de référence. Même si l'on peut démontrer officiellement[54] la validité de la transformation de la

53. Lorsque les indices de volume des comptes nationaux reposent sur la formule numérique de l'indice idéal de Fisher, on peut s'adapter aisément en élaborant un indice de volume de Paasche et en calculant la moyenne géométrique de ce dernier indice et de celui de Laspeyres.

dernière ligne de l'expression (51), son analyse passe également par l'intuition. Prenons par exemple l'élément $\psi_{0.5}(1-\delta_{0.5}/2)I^{t-1}$. Il représente l'investissement de la période t-1, avec une pondération de $\psi_{0.5}(1-\delta_{0.5}/2)$. Si nous nous intéressons au stock de capital net en début d'année, le facteur de pondération sera $\psi_{0.5}$, contre $\psi_{1.5}$ pour le stock de capital en fin d'année. Le terme $(1-\delta_{0.5}/2)$ retranche l'amortissement d'une demi-période environ, ce qui fait que le facteur de pondération $\psi_{0.5}(1-\delta_{0.5}/2)$ correspond au facteur de pondération moyen d'un actif âgé d'un an : $\psi_{0.5}(1-\delta_{0.5}/2)=(\psi_{0.5}+\psi_{1.5})/2$.

Le rendement du capital et la réévaluation combinés dans leur version générique et selon une formule géométrique s'expriment donc comme suit :

$$
\begin{aligned}
(52)\quad & R^t - Z^t = r_{(tB)}\, P_0^{tB}\, [I^t/2 + W^{tB}] - i_{(tB)} P_0^{tB} W^t. \\
& R^t(\text{géométrique}) - Z^t(\text{géométrique}) = [r_{(tB)} - i_{(tB)}\,(1-\delta/2)]\, P_0^{tB} [I^t/2 + W^{tB}].
\end{aligned}
$$

19.5. Coûts d'usage totaux et stock de capital productif

Dans l'étape suivante, nous allons rassembler les différents éléments pour calculer une mesure globale de tous les coûts d'usage du capital. Pour simplifier la présentation, et parce que l'addition des coûts d'usage de différents types ne pose pas de problème particulier, nous fonderons encore notre exposé sur un type d'actif unique. Les coûts d'usage totaux U^t représentent la somme des coûts d'usage de toutes les générations, ou encore la somme du rendement du capital, de l'amortissement et de la réévaluation, comme on le voit ci-après :

$$
\begin{aligned}
(53)\quad U^t &= f_{H0}{}^t I^t + f_{0.5}{}^t I^{t-1} + f_{1.5}{}^t I^{t-2} + f_{2.5}{}^t I^{t-3} + \ldots \\
&= R^t - Z^t + D^t \\
&= r_{(tB)}\, P_0^{tB}\, [I^t/2 + W^{tB}] - i_{(tB)} P_0^{tB} W^t + P_0^t\, [\delta_0 I^t/2 + \delta_{0.5}\, \psi_{0.5}\, I^{t-1} + \delta_{1.5}\, \psi_{1.5}\, I^{t-2} + \delta_{2.5}\, \psi_{2.5}\, I^{t-3} + \ldots].
\end{aligned}
$$

Lorsque les taux d'amortissement suivent un schéma géométrique, la même expression peut être simplifiée pour aboutir à un terme proportionnel au stock net d'actifs :

$$
\begin{aligned}
(54)\quad U^t\ (\text{géométrique}) &= R^t - Z^t + D^t\ (\text{géométrique}) \\
&= [r_{(tB)} - i_{(tB)}\,(1-\delta/2)]\, P_0^{tB} [I^t/2 + W^{tB}] + P_0^t\, \delta [I^t/2 + W^{tB}] \\
&= [r_{(tB)} - i_{(tB)}\,(1-\delta/2) + \delta(1+i_{(tB)}/2)]\, P_0^{tB} [I^t/2 + W^{tB}]
\end{aligned}
$$

D'un point de vue pratique, les expressions (53) et (54) jouent un rôle important en cela qu'elles montrent comment calculer la valeur totale des services du capital, d'une part, mais surtout comment la décomposer. Comme nous allons le montrer, il existe une autre manière de mesurer U^t *dans son ensemble* à l'aide du stock de capital productif, avant de le décomposer en deux éléments, prix et volume. Les expressions ci-dessus restent toutefois la seule manière valable de répartir les coûts d'usage totaux selon leurs composantes aux prix courants que sont le rendement du capital, la réévaluation et l'amortissement.

[54]. La différence entre le stock de capital net en fin et en début de période correspond à l'investissement moins l'amortissement (toujours en prix de la même période de référence) : $W^{tE}=W^{tB}+I^t-D^t/P_0^t$. Le stock de capital moyen pendant la période t, W^t, est ensuite égal à :

$$
\begin{aligned}
W^t &= 0.5(W^{tB}+W^{tE}) \\
&= 0.5(W^{tB}+W^{tB}+I^t-D^t/P_0^t) \\
&= W^{tB}+I^t/2-(\delta_0 I^t/2+\delta_{0.5}\psi_{0.5}I^{t-1}+\delta_{1.5}\psi_{1.5}I^{t-2}+\ldots)/2 \\
&= (\psi_{0.5}I^{t-1}+\psi_{1.5}I^{t-2}+\ldots)+I^t/2-(\delta_0 I^t/2+\delta_{0.5}\psi_{0.5}I^{t-1}+\delta_{1.5}\psi_{1.5}I^{t-2}+\ldots)/2 \\
&= (1-\delta_0/2)\, I^t/2+ \psi_{0.5}(1-\delta_{0.5}/2)\, I^{t-1}+\psi_{1.5}(1- \delta_{1.5}/2)\, I^{t-2}+\psi_{2.5}(1- \delta_{2.5}/2)\, I^{t-3}+\ldots
\end{aligned}
$$

Pour étudier l'autre manière de mesurer U^t, nous allons utiliser la première ligne de l'équation (53), qui établit simplement que les coûts d'usage totaux représentent la somme de ceux de toutes les générations de capital :

$$(55) \qquad U^t = f_{H0}{}^t I^t + f_{0.5}{}^t I^{t-1} + f_{1.5}{}^t I^{t-2} + f_{2.5}{}^t I^{t-3} + \ldots$$
$$= f_0{}^t I^t/2 + f_{0.5}{}^t I^{t-1} + f_{1.5}{}^t I^{t-2} + f_{2.5}{}^t I^{t-3} + \ldots$$

Avant de continuer, il est nécessaire de définir officiellement une *fonction ancienneté-efficacité* pour un type d'actif donné. Comme nous l'avons longuement expliqué dans d'autres chapitres du présent Manuel (**0**, **3.2** et **0**), cette fonction représente la perte d'efficacité productive d'un actif avec le temps. La fonction ancienneté-efficacité sera notée $\{h_n; n=0, 0.5, 1.5, \ldots\}$. Ici, quelques explications supplémentaires sont nécessaires. Premièrement, conformément à notre organisation générale, nous nous intéressons à des ratios ancienneté-efficacité pour des actifs âgés d'une demi-période, d'une période et demie, et ainsi de suite, par rapport à un actif neuf. Précisons qu'une dimension temporelle entre dans la mesure de l'efficacité d'un actif : celle-ci peut être représentée comme le nombre de services du capital pendant chaque période comptable. De ce fait, la comparaison des mesures d'efficacité des actifs d'anciennetés différentes doit reposer sur la même durée que celle pour laquelle on compare la quantité de services du capital. Les coûts d'usage ont également une dimension temporelle, puisqu'ils représentent le coût de l'usage d'un actif pendant une période comptable. Comme nous l'avons déjà expliqué, le coût d'usage d'une demi-année pour un actif neuf dans notre modèle est censé correspondre à la moitié du coût d'usage de cet actif pour une année entière[55].

Deuxièmement, la séquence ancienneté-efficacité $\{h_n\}$ diminue au fur et à mesure que l'actif vieillit, et on établit généralement que h_0 est égal à 1. L'utilisation d'une séquence ancienneté-efficacité suppose de pouvoir exprimer l'efficacité marginale des biens d'équipement de générations différentes en unités d'efficacité d'un nouvel actif, ce qui revient à supposer que les services du capital de différents âges peuvent se substituer parfaitement. Comme nous allons le voir, l'hypothèse de la substitution parfaite (Jorgenson 1973) entraîne une procédure d'agrégation simple pour les services du capital[56].

Troisièmement, la théorie économique (Hulten 1990) suggère qu'un producteur cherchant à minimiser ses coûts utilisera les différentes générations de biens d'équipement de manière à ce que les coûts unitaires relatifs induits par l'usage de ces différentes générations correspondent à leur efficacité relative, ce qui est plausible sur le plan intuitif. Si un actif ayant cinq ans d'ancienneté produit moitié moins d'unités de services du capital qu'un bien d'équipement neuf, alors le coût d'usage de ce dernier, mesuré par unité physique, devra théoriquement être deux fois plus élevé que celui de l'actif de cinq ans. On peut encore simplifier le raisonnement en supposant que la fonction ancienneté-efficacité ne varie pas avec le temps. Ces points étant précisés, nous aboutissons à l'égalité ci-après pour un utilisateur de biens d'équipement cherchant à minimiser ses coûts :

$$(56) \qquad h_n = f_n{}^t/f_0{}^t \qquad \text{pour } n=0.5;\ 1.5;$$

La valeur de (55) pour les coûts d'usage d'un actif peut à présent être représentée par le biais de la fonction ancienneté-efficacité. Une simple division par le coût d'usage unitaire d'un actif neuf, $f_0{}^t$, donne :

55. Du fait du cadre d'analyse selon lequel l'investissement a lieu en milieu de période, $f_0{}^t$ représente un prix hypothétique : il correspond au coût d'usage qui serait facturé si un nouvel investissement avait lieu en début de période.

56. Diewert et Wykoff (2006) insistent sur ce point et utilisent l'hypothèse de la substitution parfaite des générations de Jorgenson dans leur étude sur l'usure et l'obsolescence.

(57) $U^t = f_0^t\,[I^t/2 + h_{0.5}\,I^{t-1} + h_{1.5}\,I^{t-2} + h_{2.5}\,I^{t-3} + \ldots]$
$= f_0^t\,K^t.$

Ici, la variable K^t représente le *stock de capital productif* en milieu de période, exprimé en prix du milieu de l'année d'une période de base, et avant déduction éventuelle au titre de l'érosion de l'efficience des nouveaux actifs pendant la seconde moitié de l'année t :

(58) $K^t = I^t/2 + h_{0.5}I^{t-1} + h_{1.5}I^{t-2} + h_{2.5}I^{t-3} + \ldots$

Le raisonnement qui précède entraîne deux conséquences pratiques : premièrement, la valeur totale des services du capital peut être calculée de deux manières, soit en ajoutant la valeur des coûts d'usage de chaque génération, soit en représentant l'investissement d'une génération sous la forme d'unités d'efficience « comme neuf » additionnées au stock de capital productif et en valorisant ce dernier à partir du coût d'usage d'un actif neuf. Ces deux options aboutissent à des résultats équivalents, mais elles reposent sur des hypothèses de substitution parfaite des générations pour la production et d'insensibilité au temps de la fonction ancienneté-efficacité. Pour de nombreuses applications pratiques, le calcul passant par le stock de capital productif représente une manière plus rapide de mesurer la valeur des services du capital et de les décomposer en éléments de prix et de volume, mais si les deux hypothèses (substitution parfaite et invariance temporelle) sont rejetées, alors le mode de calcul approprié est celui de l'expression (55) qui constitue une représentation générale de la mesure du coût d'usage.

Une deuxième conséquence provient du fait que, lorsque les coûts d'usage courants sont calculés par le biais du stock de capital productif, il s'ensuit directement une répartition de la valeur des services du capital entre prix et volumes (voir la section suivante). Cependant, si on souhaite obtenir une décomposition des coûts d'usage entre valeur d'amortissement, rendement du capital et réévaluation, alors il faudra toujours revenir aux expressions générales (55) ou (53). Prenons l'exemple de l'expression $f_0^tK^t$, qui représente une valeur du coût d'usage à travers le stock de capital productif. Nous avons appris des démonstrations précédentes que le coût d'usage unitaire d'un nouvel actif était $f_0^t = 2f_{H0}^t = (P_0^{tB}r_{(tB)} + d_0^t - z_0^t)$. De ce fait,

(59) $U^t = f_0^t\,K^t = (P_0^{tB}r_{(tB)} + d_0^t - z_0^t)K^t.$

Or, on ne peut généralement *pas* calculer la valeur totale de l'amortissement, du rendement du capital ou de la réévaluation à partir de l'équation (59) :

(60) $d_0^tK^t \neq D^t$
$P_0^{tB}r_{(tB)}K^t \neq R^t$
$z_0^tK^t \neq Z^t.$

Encore une fois, l'amortissement géométrique représente une exception à cette règle. L'amortissement géométrique entraîne en effet une simplification significative et le stock de capital net et le stock de capital productif aux prix d'une année de référence coïncident au niveau d'un (type d')actif individuel donné. Il s'agit d'une conséquence directe du fait que, pour des amortissements géométriques, la fonction ancienneté-prix et la fonction ancienneté-efficacité concordent :

$$(61)\qquad h_n = f_n^{\,t}/f_0^{\,t}$$
$$= P_n^{\,tB}(r_{(tB)} + \delta(1+ i_{(tB)}/2) - i_{(tB)})/P_0^{\,tB}(r_{(tB)} + \delta(1+ i_{(tB)}/2) - i_{(tB)})$$
$$= P_n^{\,tB}/P_0^{\,tB}$$
$$= P_n^{\,t}/P_0^{\,t}$$
$$= \psi_n$$

Il découle directement de ces égalités que $W^{tB} = K^{tB}$.

La finalité générale de (59) est d'obtenir une mesure totale du coût du capital, et non de le décomposer en différents éléments constitutifs. A cette fin, nous pouvons également l'exprimer sous la forme plus familière d'un terme de coût d'usage avec un taux de rendement, un taux d'amortissement et un taux de réévaluation :

$$(62)\qquad U^t = (P_0^{\,tB}r_{(tB)} + d_0^{\,t} - z_0^{\,t})K^t$$
$$= P_0^{\,tB}[r_{(tB)} + \delta_0\,(1+i_{(tB)}/2) - i_{(tB)}(1- \delta_0/2)]K^t$$
$$= P_0^{\,tB}[r_{(tB)} + \delta_0\,(1+i_{(tB)}) - i_{(tB)}]K^t$$

Pour de nombreuses applications pratiques, il est plus simple d'opérer avec les taux de rendement et avec les gains ou pertes de détention réels. Soient c^{tB} l'indice des prix à la consommation de l'économie au début de la période t, et c^{tE} l'indice attendu pour la fin de la période. Le taux d'inflation général attendu en début de période $\rho_{(tB)}$ pour la période t se définit comme suit :

$$(63)\qquad 1+\rho_{(tB)} = c^{tE}/c^{tB}.$$

Le taux d'inflation général attendu pour la période t, ainsi que le taux d'intérêt nominal, peuvent servir à définir le taux d'intérêt réel anticipé pour la période t $r_{(tB)}^{\,*}$ ainsi que le taux d'inflation réel anticipé de l'actif ou le taux réel des gains/pertes de détention $i_{(tB)}^{\,*}$, de la manière suivante :

$$(64)\qquad 1+r_{(tB)}^{\,*} = (1+r_{(tB)})/(1+\rho_{(tB)})$$
$$1+i_{(tB)}^{\,*} = (1+i_{(tB)})/(1+\rho_{(tB)}).$$

Intégrons à présent (64) dans l'expression du coût d'usage (62), qui peut maintenant être représentée en termes de taux réels d'inflation des actifs et de réévaluation, multipliés par un indice de l'évolution globale attendue du niveau des prix pour l'économie :

$$(65)\qquad U^t = P_0^{\,tB}[r_{(tB)} + \delta_0\,(1+i_{(tB)}) - i_{(tB)}]K^t$$
$$= P_0^{\,tB}[1 + r_{(tB)} + \delta_0\,(1+i_{(tB)}) - (1+i_{(tB)})\,]K^t$$
$$= P_0^{\,tB}(1+\rho_{(tB)})\,[r_{(tB)}^{\,*} + \delta_0\,(1+i_{(tB)}^{\,*}) - i_{(tB)}^{\,*}\,]K^t$$
$$U^t(\text{géométrique}) = P_0^{\,tB}(1+\rho_{(tB)})\,[r_{(tB)}^{\,*} + \delta(1+i_{(tB)}^{\,*}) - i_{(tB)}^{\,*}\,][I^t/2+W^{tB}]$$

Ces expressions appliquées au cas général et au cas géométrique sont importantes pour l'application empirique car elles constituent un point de départ naturel pour la répartition prix/volume de la valeur totale des services du capital, qui sera analysée dans la prochaine section.

19.6. Répartition prix/volume des services du capital

Après avoir calculé la valeur totale des services du capital aux prix de la période t, il est intéressant de décomposer la variation de valeur entre deux périodes en deux composantes, prix et volume. La mesure de la variation du volume de services du capital constitue un ingrédient essentiel de la mesure de la productivité multifactorielle (voir OCDE 2001a). Ici, la relation $U^t=f_0^{\,t}K^t$ constitue une manière pratique de décomposer la variation de valeur des services du capital U^t/U^{t-1} en une composante de prix et une

 LA MESURE DU CAPITAL – MANUEL DE L'OCDE – ISBN 978-92-64-06773-8 – © OCDE 2010

composante de volume[57]. Nous avons vu plus haut (expression (65)) que le prix des services du capital pour un nouvel actif correspondait à $f_0^t = P_0^{tB}(1+\rho_{(tB)})\,[r_{(tB)}^* + \delta_0(1+i_{(tB)}^*) - i_{(tB)}^*]$ ce qui est égal à $P_0^{tB}[r_{(tB)} + \delta_0(1+i_{(tB)}) - i_{(tB)}]$ pour une expression en variables nominales. Pour un type d'actif unique, la composante de volume correspond simplement à la variation du stock de capital productif K^t/K^{t-1}. Ce point rejoint bien l'idée que le flux de services du capital forme une proportion constante du stock de capital productif. Il s'ensuit que, pour un actif unique, la variation de la quantité de services du capital peut être mesurée comme la variation de la quantité de capital productif. Nous aurions également pu commencer avec la formulation plus générale (55) et calculer, par exemple, une indice quantitatif de Laspeyres pour les générations d'investissement :

$$(66)\qquad \begin{aligned} Q_L^{t/t-1}(U) &= [f_0^{t-1} I^t/2+f_{0.5}^{t-1} I^{t-1}+f_{1.5}^{t-2} I^{t-2}+f_{2.5}^{t-3} I^{t-3}+\ldots]/U^{t-1} \\ &= f_0^{t-1}\,[I^t/2+h_{0.5} I^{t-1}+h_{1.5} I^{t-2}+h_{2.5} I^{t-3}+\ldots]/U^{t-1} \\ &= f_0^{t-1}\,K^t/U^{t-1} \\ &= f_0^{t-1}\,K^t/\,f_0^{t-1}\,K^{t-1} \\ &= K^t/K^{t-1}. \end{aligned}$$

Avec des fonctions ancienneté-efficacité qui ne varient pas dans le temps et une substitution parfaite des générations d'actifs, le choix de la formule de l'indice ne joue pas dans le processus d'agrégation des générations. Par exemple, on voit bien qu'un indice de volume de type Paasche aboutirait également à K^t/K^{t-1} comme mesure de la variation en volume des services du capital pour un type d'actif particulier. En revanche, le choix de la formule numérique de l'indice devient pertinent si l'on passe d'un actif unique à des actifs multiples. Pour étudier cette procédure d'agrégation, il est nécessaire de réintroduire l'indice *k* afin d'opérer une distinction entre k=1,2,…N différents types d'actifs. Les indices chaînés de Laspyeres et de Paasche pour la variation en volume des services totaux tirés du capital sont représentés comme suit :

$$(67)\qquad Q_L^{t/t-1}(U) = \sum\nolimits_{k=1}^{N} f_0^{k,t-1}\, K^{k,t} / \sum\nolimits_{k=1}^{N} f_0^{k,t-1}\, K^{k,t-1}$$

$$Q_P^{t/t-1}(U) = \sum\nolimits_{k=1}^{N} f_0^{k,t}\, K^{k,t} / \sum\nolimits_{k=1}^{N} f_0^{k,t}\, K^{k,t-1}\ .$$

Encore une fois, les mêmes résultats auraient pu être obtenus en définissant des indices de Laspeyres ou de Paasche pour la formule plus générale du coût d'usage fondée sur l'investissement d'une génération au lieu des stocks de capital productif et en agrégeant simultanément les générations et les types d'actifs.

19.7. Mesures du capital dans les bilans

A ce stade, nous avons étudié les mesures du capital essentiellement dans un contexte de mesure des flux : par exemple, les stocks de capital net servent à calculer les flux d'amortissement, ou le stock de capital productif permet d'obtenir les flux de services du capital. Or, les stocks de capital présentent également un intérêt propre au moment de mesurer le patrimoine et d'établir un bilan. Selon la comptabilité nationale, les actifs comptabilisés au bilan en début ou en fin de période sont valorisés aux prix en vigueur à la date concernée par le bilan. Seuls les stocks nets ou patrimoniaux sont portés au bilan. A partir de la notation adoptée dans le présent chapitre, le stock d'un actif donné en début de période t serait noté $P_0^{tB}W^{tB}$ et celui de la fin de la période, $P_0^{tE}W^{tE}$. La différence entre la valeur en début de bilan et la valeur de fin de bilan peut à présent être décomposée en une entité de base reliant les bilans, les transactions et les gains ou pertes de détention.

L'écart total entre les soldes de début et de fin de bilan peut être décomposé de deux manières :

57. Pour une formulation plus générale de l'agrégation des générations et des actifs, voir Diewert et Lawrence (2000) ainsi que Diewert et Schreyer (2008).

$$(68)\qquad \begin{aligned} P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tB} &= P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tE}W^{tB} + P_0^{tE}W^{tB} - P_0^{tB}W^{tB} \\ P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tB} &= P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tE} + P_0^{tB}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tB} \end{aligned}$$

Nous établissons la moyenne arithmétique de (68) pour obtenir une ventilation en deux composantes : l'une qui représente la variation en quantité de la mesure du stock de capital, valorisée aux prix moyens de la période, et l'autre correspondant à la variation en prix pendant la période, appliquée au stock de capital moyen pendant la durée de celle-ci :

$$(69)\qquad \begin{aligned} P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tB} &= 0.5(P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tE}W^{tB} + P_0^{tB}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tB}) + \\ &\quad\; 0.5(P_0^{tE}W^{tB} - P_0^{tB}W^{tB} + P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tE}) \\ &= 0.5(P_0^{tE}+P_0^{tB})(W^{tE}-W^{tB}) + 0.5(W^{tB}+W^{tE})(P_0^{tE} - P_0^{tB}) \\ &= P_0^{t}(W^{tE}-W^{tB}) - P_0^{tB}i_{(tB)}W^{t} \end{aligned}$$

Intéressons-nous d'abord à la première composante, et insérons les expressions des stocks de début et de fin de bilan pour obtenir une mesure de la variation du stock de capital net pendant la période t, pour un ensemble de prix donnés :

$$(70)\qquad \begin{aligned} W^{tE} - W^{tB} &= (\psi_{0.5}I^{t} + \psi_{1.5}I^{t-1} + \psi_{2.5}I^{t-2} + \ldots) - (\psi_{0.5}I^{t-1} + \psi_{1.5}I^{t-2} + \psi_{2.5}I^{t-3} + \ldots) \\ &= \psi_{0.5}I^{t} - (\psi_{0.5} - \psi_{1.5})\,I^{t-1} - (\psi_{1.5} - \psi_{2.5})I^{t-2} - (\psi_{1.5} - \psi_{2.5})I^{t-3} - \ldots \\ &= \psi_{0.5}I^{t} - \psi_{0.5}\,\delta_{0.5}I^{t-1} - \psi_{1.5}\,\delta_{1.5}I^{t-2} - \psi_{2.5}\,\delta_{2.5}I^{t-2} - \ldots \qquad \text{en raison de (45)} \\ &= P_{0.5}^{t}\,I^{t}/P_0^{t} \quad - \delta_{0.5}\,\psi_{0.5}\,I^{t-1} - \delta_{1.5}\,\psi_{1.5}\,I^{t-2} - \delta_{2.5}\,\psi_{2.5}\,I^{t-3} - \ldots \\ &= (1-\delta_0/2)I^{t} \quad - \delta_{0.5}\,\psi_{0.5}\,I^{t-1} - \delta_{1.5}\,\psi_{1.5}\,I^{t-2} - \delta_{2.5}\,\psi_{2.5}\,I^{t-3} - \ldots \\ &= I^{t} - \delta_0\,I^{t}/2 \quad - \delta_{0.5}\,\psi_{0.5}\,I^{t-1} - \delta_{1.5}\,\psi_{1.5}\,I^{t-2} - \delta_{2.5}\,\psi_{2.5}\,I^{t-3} - \ldots \\ &= I^{t} - D^{t}/P_0^{t} \end{aligned}$$

La variation du stock de capital net – aux prix d'une période de référence – correspond à l'investissement brut retraité de l'amortissement, une relation bien connue qui aboutit à une partie de la décomposition globale de la variation des éléments bilantiels aux prix courants. En revenant à l'expression (69), nous constatons que :

$$(71)\qquad \begin{aligned} P_0^{tE}W^{tE} - P_0^{tB}W^{tB} &= P_0^{t}(W^{tE} - W^{tB}) - P_0^{tB}i_{(tB)}W^{t} \\ &= P_0^{t}(I^{t} - D^{t}/P_0^{t}) - P_0^{tB}i_{(tB)}W^{t} \\ &= P_0^{t}I^{t} - D^{t} - Z^{t} \qquad \text{en raison de (51).} \end{aligned}$$

Nous obtenons ainsi la décomposition totale de l'élément au bilan : le stock de capital en début de bilan $P_0^{tB}W^{tB}$, valorisé aux prix du début de période, plus l'investissement brut pendant la période, valorisé aux prix du milieu de l'année ($P_0^{t}I^{t}$) moins l'amortissement D^t, lui aussi valorisé aux prix du milieu de l'année, moins les gains ou pertes de détention nominaux Z^t, mesurés comme la variation des prix pendant la période appliquée au stock de capital net moyen pendant celle-ci. Cette décomposition suit la prescription du Système de comptabilité nationale de 1993 :

> *« (…) le total des gains nominaux de détention constatés à l'égard d'une catégorie précise d'actifs détenus pendant une période donnée comprend non seulement les gains sur actifs acquis ou cédés au cours de l'exercice comptable, mais aussi les gains sur actifs figurant au compte de patrimoine d'ouverture ou de clôture. Par conséquent, les données du compte de patrimoine ne sont pas suffisantes à elles seules pour permettre le calcul des gains de détention totaux, sauf dans certains cas particuliers ou sous certaines hypothèses » (paragraphe 12.83).*

La formule ci-dessus comprend cependant une omission : les autres variations en volume n'ont pas été prises en compte. En plus de la formation nette de capital (formation brute de capital moins consommation de capital fixe), le volume du stock d'un actif produit peut également varier, en raison principalement de l'apparence économique d'actifs produits et de pertes catastrophiques qui n'apparaissent pas dans la consommation de capital fixe. Les autres variations des actifs en volume sont davantage d'ordre statistique et concernent, par exemple, la reclassification des actifs. Les autres variations des actifs en volume supposent une évolution plus discrète des stocks de capital et elles suscitent peu d'explications plus générales.

19.8. Résumé des formules employées pour la mesure du capital

Box 16. Encadré 10. Légende des variables

P_n^{tB}	Prix d'un actif de n années d'ancienneté au début de l'année t (« tB »)
P_n^{tE}	Prix d'un actif de n années d'ancienneté à la fin de l'année t (« tE »)
δ_n	Taux d'amortissement d'un actif de n années d'ancienneté au début de la période
D^t	Valeur d'amortissement durant la période t, aux prix moyens de celle-ci
W^{tB}	Stock de capital net au début de la période t, aux prix d'une année de référence
W^{tE}	Stock de capital net à la fin de la période t, aux prix d'une année de référence
K^{tB}	Stock de capital productif au début de la période t, aux prix d'une année de référence
K^t	Stock de capital productif au milieu de la période t, aux prix d'une année de référence, mais avant prise en compte des pertes d'efficacité durant la période t ($K^t = K^{tB}+I^t/2$)
GR^t	Stock de capital brut moyen de la période t, aux prix d'une année de référence
$_n$	Probabilité cumulée de survie jusqu'à l'âge n
f_n^t	Prix des services du capital (coûts d'usage unitaires) pendant la période t, pour un actif âgé de n années
U^t	Valeur des services du capital
$i_{(tB)}$	Taux de variation du prix d'un actif en nominal, tel qu'attendu au début de la période t
$i_{(tB)}*$	Taux de variation du prix d'un actif en termes réels, tel qu'attendu au début de la période t , sachant que $i_{(tB)}^*=(1+i_{(tB)})/(1+\rho_{(tB)})-1$
$r_{(tB)}$	Taux de rendement nominal, tel qu'attendu au début de la période t
$r_{(tB)}*$	Taux de rendement réel, tel qu'attendu au début de la période t, sachant que $r_{(tB)}^*=(1+r_{(tB)})/(1+\rho_{(tB)})-1$
$\rho_{(tB)}$	Taux de variation de l'indice général des prix, par exemple l'indice des prix à la consommation

19.8.1. Amortissement (consommation de capital fixe)

- Fonction ancienneté-prix définie pour les prix des actifs d'âges n différents :

$$\psi_n = P_n^{tB}/P_0^{tB} = P_n^{tE}/P_0^{tE} \qquad n=0.5;\ 1.5;\ 2.5;\ldots$$

- Profil d'amortissement $\{\delta_n\}$ calculé à partir de la fonction ancienneté-prix$\{\psi_n\}$:

$$\delta_n = 1 - P_{n+1}^{tB}/P_n^{tB} = 1 - \psi_{n+1}/\psi_n \qquad n=0.5;\ 1.5;\ 2.5;\ldots$$

- Fonction ancienneté-prix calculée à partir du profil d'amortissement :

$$\psi_n = (1-\delta_{n-1})(1-\delta_{n-2})\ldots(1-\delta_0/2); \qquad n=1.5;\ 2.5;\ldots$$
$$\psi_{0.5} = 1-\delta_0/2$$

- Valeur d'amortissement aux prix moyens courants de la période t :

Fonction générale, : $D^t = P_0^t\,[(1-\psi_{0.5})\,I^t + (\psi_{0.5}-\psi_{1.5})\,I^{t-1} + (\psi_{1.5}-\psi_{2.5})\,I^{t-2} +\ldots]$

Fonction géométrique : D^t (géométrique) $= P_0^t\,\delta[I^t/2 + W^{tB}]$

- Indice de prix de l'amortissement : P_0^t/P_0^{t0} , t_0 représentant une année de base ou de référence

19.8.2. Stocks nets de capital

- Stock net de capital en début de la période t, exprimé aux prix d'une année de référence, W^{tB} :

Fonction générale : $W^{tB} = \psi_{0.5}\, I^{t-1} + \psi_{1.5}\, I^{t-2} + \psi_{2.5}\, I^{t-3} + \ldots$
Fonction géométrique : $W^{tB}(\text{géométrique}) = (1-\delta/2)[I^{t-1} + (1-\delta)I^{t-2} + (1-\delta)^2 I^{t-3} + \ldots]$

- Stock net de capital en fin de la période t, exprimé aux prix d'une année de référence, W^{tE} :

Fonction générale : $W^{tE} = \psi_{0.5}\, I^{t} + \psi_{1.5}\, I^{t-1} + \psi_{2.5}\, I^{t-2} + \ldots$
Fonction géométrique : $W^{tE}(\text{géométrique}) = (1-\delta/2)[I^{t} + (1-\delta)I^{t-1} + (1-\delta)^2 I^{t-2} + \ldots]$

- Relation entre flux et stock de capital pour la fonction géométrique :

$$W^{tE} = W^{tB} + I^t - \delta(I^t/2 + W^{tB})$$

- Stock net de capital moyen sur la période t, exprimé aux prix d'une année de référence, W^t :

$$W^t = (W^{tB} + W^{tE})/2$$

19.8.3. Stocks productifs

- Stock productif au milieu de la période t, exprimé aux prix d'une année de référence, K^t :

Fonction générale : $K^t = I^t/2 + h_{0.5}I^{t-1} + h_{1.5}I^{t-2} + h_{2.5}I^{t-3} + \ldots$
Fonction géométrique : $K^t(\text{géométrique}) = I^t/2 + W^{tB}(\text{géométrique})$

19.8.4. Stocks bruts de capital

- Stock brut de capital au début de la période t, exprimé aux prix d'une année de référence, G^{tB} :

Fonction générale : $G^{tB} = I^t/2 + j_{0.5}I^{t-1} + j_{1.5}I^{t-2} + j_{2.5}I^{t-3} + \ldots$
Fonction géométrique : non définie (la fonction géométrique associe la fonction ancienneté-efficacité et la fonction de déclassement, laquelle est requise pour calculer le stock brut de capital et ne peut être dissociée)

19.8.5. Prix des services du capital (coût d'usage unitaire)

- Coût d'usage *ex ante* par unité de services du capital pour un type d'actif particulier :

Calcul avec les taux réels :
Fonction générale : $f_0^{\,t} = P_0^{\,tB}(1+\rho_{(tB)})\,[r_{(tB)}^{\ *} + \delta_0(1+i_{(tB)}^{\ *}) - i_{(tB)}^{\ *}]$
Fonction géométrique : $f^t(\text{géométrique}) = P_0^{\,tB}(1+\rho_{(tB)})\,[r_{(tB)}^{\ *} + \delta\,(1+i_{(tB)}^{\ *}) - i_{(tB)}^{\ *}]$

Calcul avec les taux nominaux :
Fonction générale : $f_0^{\,t} = P_0^{\,tB}\,[r_{(tB)} + \delta_0(1+i_{(tB)}) - i_{(tB)}]$
Fonction géométrique : $f^t(\text{géométrique}) = P_0^{\,tB}\,[r_{(tB)} + \delta\,(1+i_{(tB)}) - i_{(tB)}]$

- Coût d'usage *ex post* par unité de services du capital pour un type d'actif particulier

Calcul avec les taux réels :
Fonction générale : $f_0^{\,t} = P_0^{\,tB}(1+\rho^t)\,[r^{t*} + \delta_0(1+i^{t*}) - i^{t*}]$

Fonction géométrique : f^t (géométrique) $= P_0^{tB}(1+\rho^t)\,[r^{t*} + \delta\,(1+i^{t*}) - i^{t*}]$

Calcul avec les taux nominaux :
Fonction générale : $f_0^t = P_0^{tB}\,[r^t + \delta_0(1+i^t) - i^t]$
Fonction géométrique : f^t (géométrique) $= P_0^{tB}\,[r^t + \delta\,(1+i^t) - i^t]$

19.8.6. *Valeur totale des services du capital, aux prix courants*

- Coût d'usage unitaire des services du capital multiplié par le stock de capital productif, agrégé pour tous les actifs

Fonction générale : $U^t = \sum_{k=1}^{N} f_0^{k,t} K^{k,t}$
Fonction géométrique : U^t (géométrique) $= \sum_{k=1}^{N} f^{k,t}$(géométrique)$K^{k,t}$(géométrique)
$= \sum_{k=1}^{N} f^{k,t}$(géométrique)$[I^{k,t}/2+W^{k,tB}$(géométrique)$]$

19.8.7. *Taux de rendement endogène ex post*

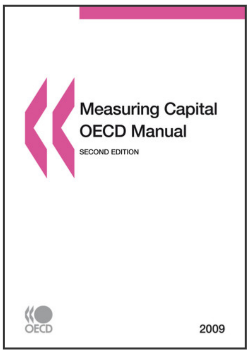
- Taux de rendement réel endogène *ex post*
$r^{t*} = \{(G^t+T_K^t)(1+\rho^t) - \sum_{k=1}^{N} P_0^{k,tB}\,[\delta_0^k(1+i^{k,t*}) - i^{k;t*}]K^{k,t}\}/\{\sum_{k=1}^{N} P_0^{k,tB}K^{k,t}\}$

- Taux de rendement réel simplifié (« équilibré ») *ex post*
$r^{t**} = \{(G^t+T_K^t)(1+\rho^t) - \sum_{k=1}^{N} P_0^{k,tB}\,[\delta_0^k]K^{k,t}\}/\{\sum_{k=1}^{N} P_0^{k,tB}K^{k,t}\}$

19.8.8. *Valeur totale des services du capital, en prix constants*

- Coût d'usage unitaire des services du capital d'une année de référence t_0 multiplé par le stock de capital productif, agrégé pour tous les actifs

Fonction générale : $V^t = \sum_{k=1}^{N} f_0^{k,t0} K^{k,t}$
Fonction géométrique : V^t (géométrique) $= \sum_{k=1}^{N} f^{k,t0}$ (géométrique) $K^{k,t}$ (géométrique)
$= \sum_{k=1}^{N} f^{k,t0}$ (géométrique)$[I^{k,t}/2+W^{k,tB}$
(géométrique)$]$



Extrait de :

Measuring Capital - OECD Manual 2009

Second edition

Accéder à cette publication :

https://doi.org/10.1787/9789264068476-en

Merci de citer ce chapitre comme suit :

OCDE (2010), « Le modèle », dans *Measuring Capital - OECD Manual 2009 : Second edition*, Éditions OCDE, Paris.

DOI: https://doi.org/10.1787/9789264067752-22-fr